UDGVIRTUAL® FORMACIÓN INTEGRAL

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales

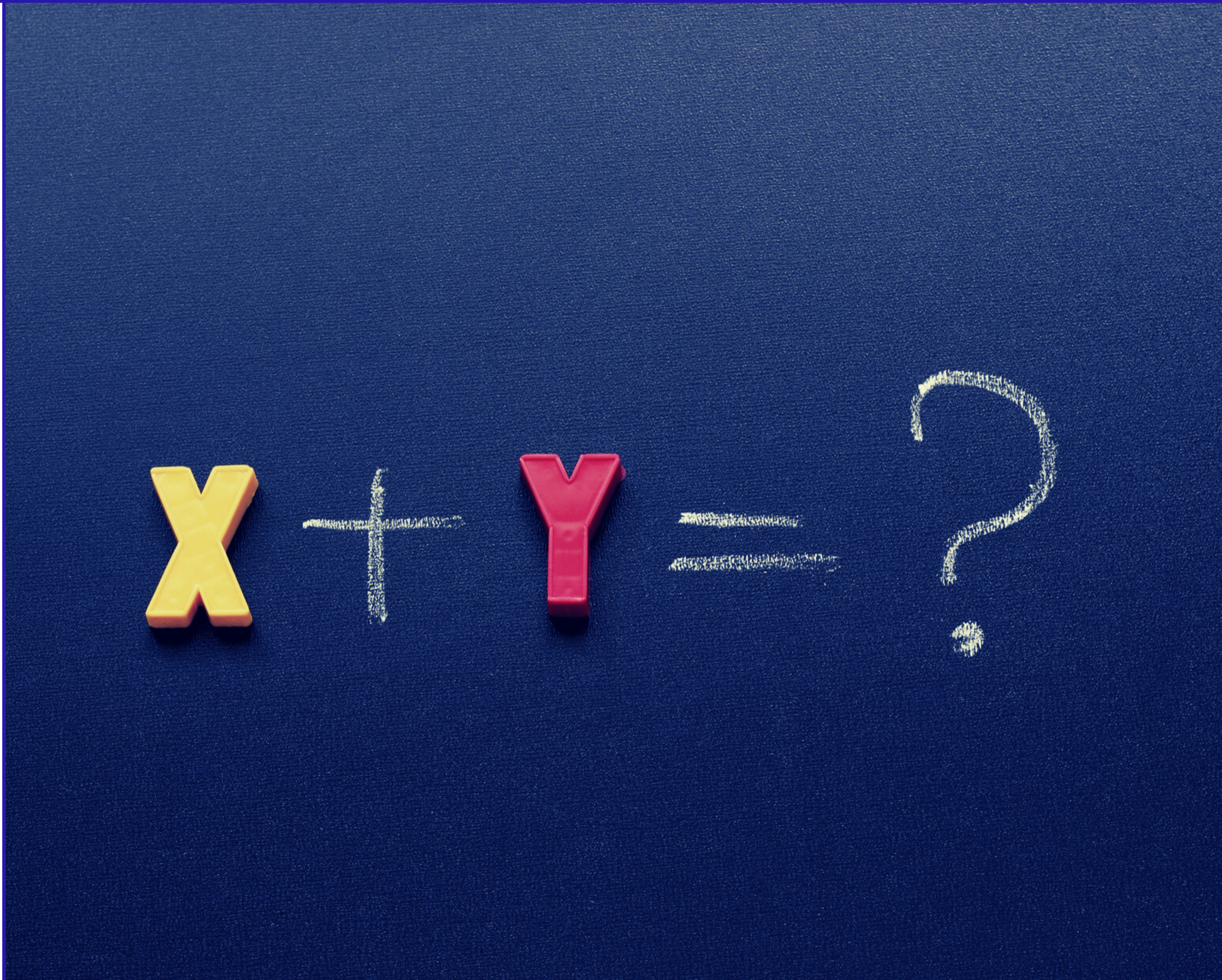
Yago Ezzon Zapata Vaca

Septiembre de 2020

Ecuaciones lineales

Qué son y cómo despejar una incógnita

El álgebra es una herramienta muy útil que nos permite conocer la relación entre cantidades que no conocemos en función de otras que sí. Estas relaciones dan lugar a ecuaciones que expresamos con incógnitas o variables, que denotamos generalmente con x y y.



La naturaleza de los fenómenos o de las relaciones entre las variables que estudiamos determina la forma de las ecuaciones, las más sencillas de ellas son las llamadas ecuaciones lineales.

Las ecuaciones lineales nos permiten describir la relación entre dos incógnitas, ambas elevadas a la primera potencia, como la pendiente de una recta, donde cada uno de sus puntos puede encontrarse mediante la relación entre la variable ‘x’ (abscisas) y la variable ‘y’ (ordenadas).

Ejercicio de ejemplo

Entre semana el tren tarda un tercio del tiempo que demora en pasar el camión. Si el camión pasa cada 33 minutos el fin de semana, y se sabe que tarda 12 minutos menos entre semana, la frecuencia de paso del tren se calcularía de la siguiente manera:

$$3x + 12 = 33$$

$$3x = 33 - 12$$

$$3x = 21$$

$$x = \frac{21}{3}$$

$$x = 7$$

En este ejemplo la incógnita ‘x’ representa el tiempo que tarda en pasar el tren. En la ecuación, ‘x’ se multiplica por tres porque el triple del tiempo que tarda el tren es el tiempo que tarda el camión entre semana. Finalmente se suma el tiempo extra que tarda el fin de semana y se iguala a 33.

Despeje

Para resolver una ecuación lineal con una incógnita como la anterior, debemos despejar la incógnita, para ello, basta seguir los siguientes pasos:

1

En primer lugar ‘pasamos’ a un solo lado las constantes, que en nuestro ejemplo son el 12 y el 33. En realidad, lo que hacemos es restar 12 a ambos lados de la igualdad, esto es:

$$3x + 12 - 12 = 33 - 12$$

$$3x = 33 - 12$$

Esto debido a que cualquier operación que se haga de un lado de la igualdad debe hacerse también del otro para no alterar la ecuación, lo que cambiaría su significado y nos llevaría a un error.

Despeje

2

Posteriormente, según sea el caso, sumamos o restamos las constantes. En este caso, restamos 33 menos 12 y obtenemos como resultado:

$$3\,x = 21$$

Despeje

3

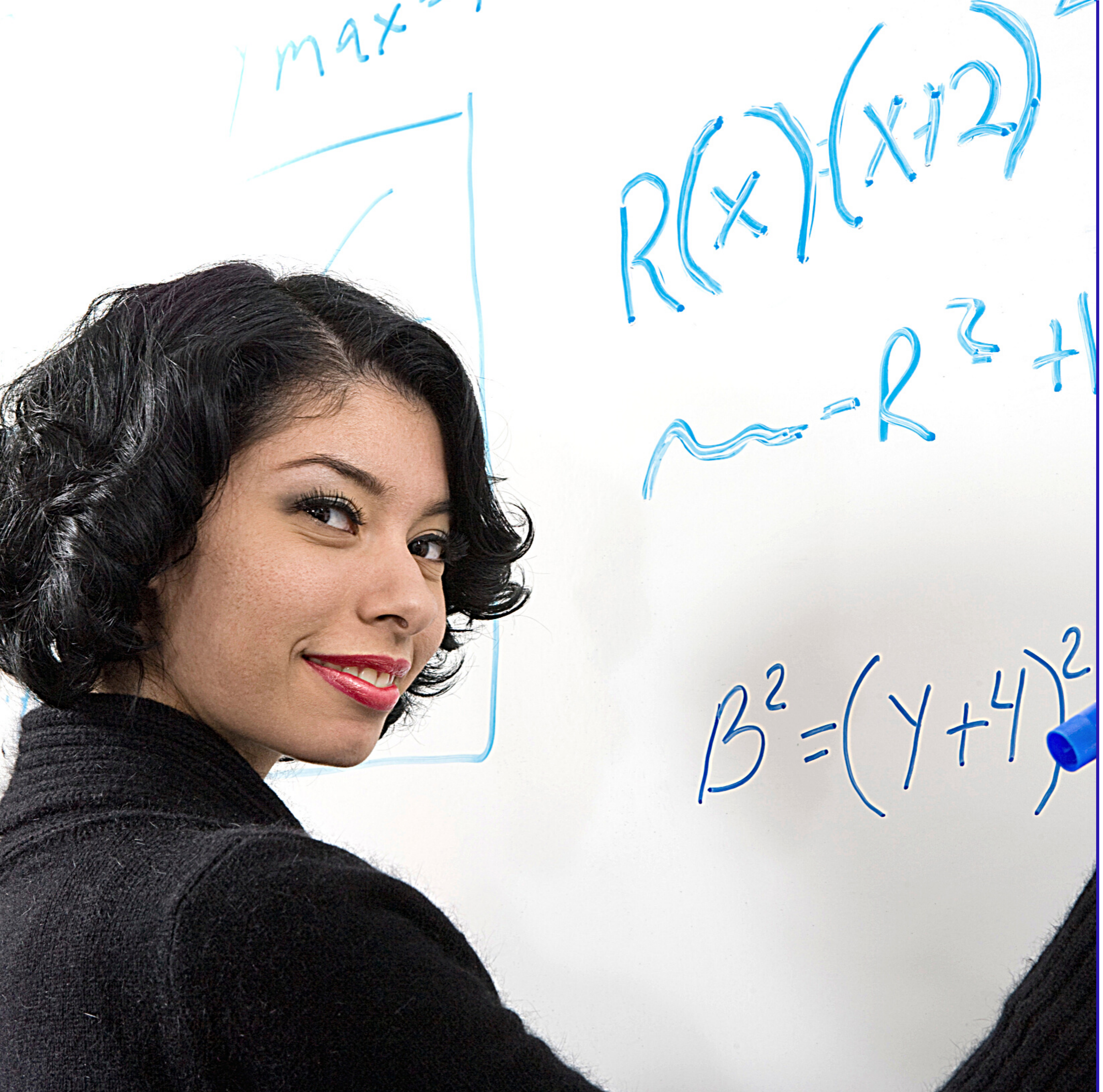
Finalmente, si la incógnita tiene un coeficiente, en este ejemplo la incógnita tiene por coeficiente el número 3, se divide por este a ambos lados de la ecuación.

$$\frac{3}{3}x = \frac{21}{3}$$

$$x = \frac{21}{3}$$

$$x = 7$$

Sistemas de ecuaciones lineales



Una ecuación puede estar compuesta por una o más incógnitas o variables y para encontrar el valor de cada una de ellas es necesario tener tantas ecuaciones independientes como variables.

Una ecuación con dos incógnitas, ‘x’ e ‘y’, necesita de otra ecuación expresada en términos de esas dos incógnitas o de información adicional para resolverse.

Por ejemplo:

La ecuación: $4x + y = 9$

solo puede reescribirse para expresar una variable en términos de la otra:

$$x = \frac{9-y}{4}$$

Pero se necesitaría conocer 'y' para encontrar el valor de 'x'.

Si, en cambio, se tuvieran dos ecuaciones:

$$4x + y = 9$$
$$3x - y = 5$$

Ambas forman un sistema de ecuaciones lineales. Para resolver el sistema, es necesario expresarlo en términos de una de las dos variables. Hay más de una forma de hacer esto, por ejemplo el método de adición.

Método de adición

Consiste en sumar ambas ecuaciones, término a término, con el fin de que una de las dos variables se cancele:

$$4x + 3x + y - y = 9 + 5$$

Ejemplo 1

En este caso, sumamos directamente ambas ecuaciones porque esto nos permite eliminar ‘y’. Así, al sumar los términos semejantes (4x más 3x, +y más -y, y las constantes 9 +5), obtenemos:

$$7x = 14$$

Por último, dividimos ambos lados de la ecuación, el resultado es:

$$x = \frac{14}{7}$$

$$x = 2$$

Ya que obtuvimos el valor de una de las variables, procedemos a sustituirla en alguna de las ecuaciones originales:

$$4x + y = 9$$

$$4\ (2) + y = 9$$

$$8 + y = 9$$

$$y = 9 - 8$$

$$y = 1$$

Por lo tanto, la solución de este sistema de ecuaciones lineales es:

$$x = 2$$

$$y = 1$$

Ejemplo 2

Observa la siguiente ecuación:

$$6x + 2y = 10$$

$$2x - y = 5$$

A diferencia del problema anterior, vemos que es necesario multiplicar una de las dos ecuaciones para que al sumarlas se cancele una de las dos variables.

En este caso es más sencillo multiplicar la segunda ecuación por dos para cancelar ‘y’:

$$(2x - y = 5) \times 2$$

Lo cual arroja el siguiente resultado:

$$4x - 2y = 10$$

Ejemplo 2

Ahora podemos sumar término a término ambas ecuaciones:

$$6\,x + 2y = 10$$

$$4\,x - 2y = 10$$

$$6x + 4x + 2y - 2y = 10 + 10$$

Y despejamos 'x':

$$10x = 20$$

$$x = \frac{20}{10}$$

$$x = 2$$

Ahora sustituímos ‘x’ en la segunda de las ecuaciones iniciales:

$$2\,x - y = 5$$

$$2\;(2) - y = 5$$

Ejemplo 2

Despejamos ‘y’, restando 4 a ambos lados:

$$4 - y = 5$$

$$-y = 5 - 4$$

Por último, multiplicamos por -1 a ambos lados para terminar de despejar ‘y’:

$$-y = 1$$

$$y = -1$$

Por tanto, la solución es:

$$x = 2$$

$$y = -1$$

Referencias

College Entrance Examination Board. (2018). PIENSE II Prueba de práctica. http://www.escolar.udg.mx/aspirantes/guia-piense-ii

College Entrance Examination Board. (2018). PIENSE II Guía de estudio. http://www.escolar.udg.mx/aspirantes/guia-piense-ii

Mancera, E., Basurto, E. (2018). Interacciones. Matemáticas I. Pearson Educación. https://multimedia.conaliteg.gob.mx/secundaria/?a=7

Sánches, E., Hoyos, V., Sáiz, F. (2018). Matemáticas 1. Patria. https://multimedia.conaliteg.gob.mx/secundaria/?a=7

UNAM. (2013). Apoyo académico para la educación media superior,. http://objetos.unam.mx/

Contenido elaborado por Yago Ezzon Zapata Vaca

UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA
Red Universitaria de Jalisco

UDGVIRTUAL® FORMACIÓN INTEGRAL